

# Estimation et prévision de valeurs ajoutées trimestrielles inobservables en présence de saisonnalité

R. F. Ngampana

I. Sory

C. Vodounou\*

---

Cette étude propose comme extension de la méthodologie d'AFRISTAT pour les comptes nationaux trimestriels un modèle à deux équations inspiré des modèles «espace-état» en vue d'estimer et de prédire les valeurs ajoutées trimestrielles inobservables et en déduire leur niveau annuel sur la base de l'information trimestrielle disponible. Le modèle d'état caractérisant la dynamique de la variable infra-annuelle observable est un SAR(1), processus autorégressif saisonnier d'ordre 1. Le modèle de mesure établit une relation de cointégration entre les données annuelles observables. L'application de ce modèle sur les données du Mali et du Bénin couvrant respectivement les périodes 2003-2015 et 2000-2015, conduit à des paramètres d'intérêt qui sont en général très significatifs. L'agrégation annuelle des estimations trimestrielles des valeurs ajoutées comparée aux données observées donne lieu parfois à des erreurs quadratiques moyennes élevées, notamment lorsque le nombre d'observations est faible (autour de 10 pour le Mali). Cependant, les prévisions sont globalement satisfaisantes puisque plus de 80% des intervalles de confiance recouvrent la valeur ajoutée observée pour le Bénin en 2015 contre 75% pour le Mali.

---

## Introduction

L'intérêt pour les variables non observables est fréquent en économie et en sciences sociales tant dans les travaux empiriques que dans les théories économétriques. Ainsi, sur le plan économétrique, on considère que les variables inobservables sont des variables latentes liées à des variables observables avec erreurs de mesure (Jeffrey et al., 2005 ; Kmenta, 1991). Elles peuvent être des variables dépendantes ou des variables explicatives ou encore être représentées par des proxys ou liées à des variables observables.

Dans les travaux appliqués de séries temporelles, l'importance de la saisonnalité dans l'analyse de l'impact des chocs économiques est négligée en raison de l'utilisation fréquente des données corrigées des variations saisonnières, ces variations pouvant occasionner la perte d'informations utiles à l'analyse conjoncturelle. Pourtant, la présence de racine unitaire de fréquence zéro et de racines unitaires saisonnières est bien connue dans les variables économiques (Engle et Granger, 1997 ; Hylleberg et al., 1990 , etc.).

L'objectif de cette étude est d'estimer et de prédire, dans le contexte des comptes nationaux trimestriels, les valeurs ajoutées trimestrielles inobservables en exploitant l'information disponible sur les indicateurs conjoncturels observables, en particulier le comportement saisonnier de ces indicateurs trimestriels.

En 2011, l'Observatoire économique et statistique d'Afrique subsaharienne (AFRISTAT), avec l'appui de ses partenaires techniques et financiers, a mis à la disposition des Instituts nationaux de la statistique (INS) des Etats membres, une méthodologie d'élaboration des comptes nationaux trimestriels selon l'approche économétrique basée sur la technique d'étalement-calage et l'approche mathématique. La technique de l'étalement-calage, la plus utilisée dans les Etats membres, repose sur un modèle de cointégration sur lequel est basée l'estimation des valeurs ajoutées trimestrielles.

La démarche proposée dans cette étude constitue une amélioration de la méthodologie développée par AFRISTAT en ce qu'elle intègre l'endogénéité des indicateurs infra-annuels de conjoncture considérés

---

\*Roland Frédéric Ngampana est expert en statistiques d'entreprises [roland.ngampana@afriostat.org](mailto:roland.ngampana@afriostat.org), Ibrahima Sory est expert en comptabilité nationale [ibrahima.sory@afriostat.org](mailto:ibrahima.sory@afriostat.org) et Cosme Vodounou est statisticien-économètre Directeur Général d'AFRISTAT [cosme.vodounou@afriostat.org](mailto:cosme.vodounou@afriostat.org)

comme principaux déterminants des agrégats annuels que sont les valeurs ajoutées sectorielles. Elle se distingue donc de la technique d'étalonnage-calage par le fait qu'elle intègre dans l'équation de la mesure de l'agrégat annuel, le niveau et la variation de l'annualisé de l'indicateur infra-annuel à laquelle est associée une deuxième équation dynamique de l'indicateur infra-annuel.

Cette démarche repose sur deux étapes : une première étape qui vise à postuler une relation linéaire entre les variables observées à rythme annuel et d'en estimer les paramètres et une seconde étape qui utilise lesdits paramètres pour proposer des estimations et prévisions à court-terme de variable dépendante inobservable en exploitant la dynamique des indicateurs infra-annuels utilisés.

Le présent article est articulé autour de trois parties. La première partie fait le rappel de la méthodologie utilisée par les Etats, en l'occurrence la technique de l'étalonnage-calage, publiée par AFRISTAT et bien d'autres institutions que sont l'INSEE, le FMI, etc. La deuxième partie présente le modèle qui fait l'objet de cette étude et les estimateurs des paramètres afférents avec leurs propriétés asymptotiques, de même que l'estimation et la prévision des valeurs ajoutées trimestrielles. Enfin, la troisième partie se consacre à l'application empirique sur quelques branches d'activité en exploitant les données de quelques pays.

## Rappel de la méthodologie en vigueur dans les pays membres d'AFRISTAT sur le PIB trimestriel

La technique de l'étalonnage-calage utilisée dans les Etats membres pour l'élaboration des comptes nationaux trimestriels consiste en deux étapes. La première, dite de l'étalonnage, vise à postuler d'abord une relation stable entre l'agrégat annuel et l'indicateur conjoncturel annualisé et à estimer les paramètres ; ensuite, à utiliser cette relation pour l'estimation des agrégats infra-annuels non observés. La deuxième étape, dite celle de calage, consiste à mettre en cohérence le compte annuel et le compte trimestriel de telle sorte à établir l'égalité entre la somme des agrégats infra-annuels estimés pour les quatre trimestres et le niveau de l'agrégat annuel. Pour ce faire, une redistribution du résidu de l'équation de la première étape est utilisée.

### 1ère étape : estimation du modèle de base reposant sur l'équation suivante :

$$Y_t = \alpha + \beta I_t + U_t \text{ avec } t=1, \dots, T,$$

$Y_t$  étant l'agrégat annuel et  $I_t$  l'indicateur annualisé

$$I_t = \sum_{i=4t-3}^{4t} I_i \text{ avec } i=1, \dots, 4T,$$

$I_i$  étant l'indicateur infra-annuel

L'indicateur annualisé étant supposé stationnaire, l'agrégat infra-annuel  $Y_i$  est estimé en appliquant les méthodes des moindres carrés ordinaires (MCO) ou des moindres carrés généralisés (MCG) selon que les résidus sont supposés bruits blancs ou autocorrélés.

### 2ème étape : estimation de l'agrégat infra-annuel et calage

Une estimation de l'agrégat infra-annuel étalonné est obtenue par :

$$\hat{Y}_i = \frac{\hat{\alpha}}{4} + \hat{\beta} I_i \text{ avec } i=1, \dots, 4T$$

Pour assurer la cohérence entre l'agrégat annuel et la somme des estimations des agrégats trimestriels, les variations des résidus trimestriels sont lissées sous contrainte de cohérence entre le résidu annuel et la somme des résidus des quatre trimestres. Le résidu trimestriel est alors obtenu par lissage fondé sur le programme suivant :

$$\text{Min } \sum_{t=1}^T \sum_{i=4t-3}^{4t} (\hat{u}_i - \hat{u}_{i-1}) \text{ avec } i=1, \dots, 4T$$

Sous contrainte  $\sum_{i=4t-3}^{4t} \hat{u}_i = \hat{u}_t$

Une estimation de l'agrégat infra-annuel étalonné et calé est obtenue par :

$$\hat{Y}_i = \frac{\hat{\alpha}}{4} + \hat{\beta} I_i + \hat{u}_i \text{ avec } i=1, \dots, 4T$$

Dans la pratique, les Etats utilisent l'application informatique Ecotrim (conçue par EUROSTAT) qui fournit directement l'agrégat infra-annuel étalonné et calé. Cette technique d'étalonnage-calage utilisée pour l'estimation de l'agrégat infra-annuel soulève quelques insuffisances. En premier lieu, elle n'intègre pas le comportement de l'indicateur infra-annuel qui, comme des données macroéconomiques, peut être non stationnaire. Cette non-stationnarité a des implications sur l'inférence des paramètres du modèle. En second lieu, le calage qui implique une erreur d'estimation nulle sur l'indicateur conjoncturel annualisé couplé à la non prise en compte de la dynamique de l'indicateur infra-annuel rend difficile l'utilisation du modèle à des fins de prévision. Les tentatives de prévision qui ont été abordées avec ce modèle (BCEAO, 2014 ; INS Cameroun, 2012) sont basées sur des acquis de croissance qui supposent que le comportement de l'économie est inchangé à court-terme. Cette hypothèse paraît trop optimiste en situation de fortes fluctuations et occulte l'information disponible à la fin de chaque trimestre sur les indicateurs conjoncturels.

## Méthodologie revisitée

### Modèle et estimation des paramètres

Soient  $\{y_t\}$  un processus univarié inobservable à rythme trimestriel mais observable à rythme annuel et

$\{X_t\}$  un processus observable à n'importe quelle fréquence. On désigne par  $\{y_n\}$  et  $\{Q_n^S\}$  respectivement les processus observables à rythme annuel de  $\{y_t\}$  et  $\{X_t\}$  tel que  $Q_n^S = \sum_{i=1}^S X_{S(n-1)+i}$  avec  $S=4$ . Ils sont générés par le modèle défini par les équations (1) et (2) suivantes :

$$y_n = \alpha_0 + \beta_0 Q_n^S + u_n \quad n=1,2,\dots,N \quad (1)$$

$$X_t = \exp(cS/T) X_{t-S} + \varepsilon_t \quad t=1,2,\dots,SN \quad (2)$$

avec  $N$  le nombre d'années,  $S = 4$  le nombre de trimestres dans une année,  $T = SN$  le nombre total d'observations trimestrielles et  $\varepsilon_t$  l'erreur aléatoire supposée stationnaire de densité spectrale à la fréquence 0 vérifiant  $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = 2\pi f_{\varepsilon_t}(0)$ . On peut donc écrire  $X_t$  en introduisant, comme dans Hylleberg et al. (1990), la période  $s$  et l'année  $n$  comme ci-après  $X_t = X_{sn} = X_{S(n-1)+s}$  avec  $s = 1,2,\dots,S$  et  $n = 1,2,\dots,N$ . Le processus  $\{X_t\}$  est saisonnier et quasi-intégré. Avec l'approximation  $\exp(c/N) \approx 1 + c/N$ , le paramètre  $c$  s'interprète comme la mesure de la déviation du processus  $X_t$  par rapport à la racine unitaire saisonnière. En effet, si  $c = 0$ ,  $\{X_t\}$  est un processus autorégressif saisonnier d'ordre 1, SAR(1). Si  $c < 0$  alors  $\{X_t\}$  est un processus localement stationnaire. Il est saisonnier et localement explosif si  $c > 0$ .

Dans le modèle (1), on suppose aussi que l'erreur aléatoire  $u_n$  est stationnaire et corrélée avec  $v_n = \sum_{i=1}^S \varepsilon_{S(n-1)+i}$ . La corrélation entre  $u_n$  et  $v_n$  implique celle entre  $Q_n^S$  et  $v_n$ . De ce fait,  $Q_n^S$  est endogène. On pose  $\omega_n = (u_n, v_n)'$  alors  $\omega_n$  est un vecteur de processus faiblement stationnaires  $I(0)$  vérifiant  $E(\omega_n) = 0$  pour tout  $n$  avec les hypothèses classiques d'existence des moments. Si  $c = 0$ ,  $\{Q_n^S\}$  est  $I(1)$ . Et si  $\beta_0 \neq 0$ , on en déduit sous l'hypothèse de stationnarité de  $\omega_n$  que le système  $\{y_n, Q_n^S\}'$  est cointégré avec  $(1, -\beta_0)'$  comme vecteur de cointégration.

La densité spectrale  $f_{\omega_t}(0)$  à la fréquence 0 de  $\omega_t$  est donnée par la matrice  $\Omega$  définie par

$$\Omega = 2\pi f_{\omega_t}(0) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E(\omega_t \omega_{t-j}') = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{21} \\ \omega_{12} & \omega_{22} \end{bmatrix} > 0$$

avec  $\omega_{12} = \omega_{21}$ . Si  $u_n$  et  $v_n$  n'étaient pas corrélés, alors  $\omega_{12} = \omega_{21} = 0$  et  $Q_n^S$  seraient exogènes.

Considérons  $L$ , la matrice triangulaire supérieure définie par

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -\omega_{12}\omega_{22}^{-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

et  $(\varepsilon_{u,v_n}, v_n)' = L \omega_n$ . Le processus aléatoire  $\varepsilon_{u,v_n}$  est orthogonal à  $v_n$  au sens où la densité spectrale à la fréquence 0 est une matrice diagonale. Celle-ci vaut:

$$2\pi f(\varepsilon_{u,v_n}, v_n)'(0) = \begin{bmatrix} \omega_{11} - \omega_{12}^2 \omega_{22}^{-1} & 0 \\ 0 & \omega_{22} \end{bmatrix} > 0$$

On en déduit que le modèle (1) est équivalent à:

$$y_n = \alpha_0 + \beta_0 Q_n^S + \gamma_0 \Delta_c Q_n^S + \varepsilon_{u,v_n} \quad n=1,2,\dots,N \quad (4)$$

avec  $\Delta_c Q_n^S = Q_n^S - \exp(c/N) Q_{n-1}^S = v_n$  et  $\gamma_0 = \omega_{12} \omega_{22}^{-1}$ .

Pour l'estimation des paramètres, on considère la régression augmentée ci-après:

$$y_n = \alpha + \beta Q_n^S + \gamma \Delta_c Q_n^S + \eta_n \quad (5)$$

Sous l'hypothèse d'endogénéité de  $Q_n^S$ , la régression (5) présente deux avantages. En premier lieu, elle permet de faire l'inférence sur  $\beta$  en se basant sur l'approche standard fondée sur la normalité (voir annexe et aussi Phillips et Hansen (1990) et Jansson (2002) ); en second lieu, elle permet d'exploiter la dynamique de  $Q_n^S$  pour prédire les futurs de  $y_n$ .

Les estimateurs des moindres carrés ordinaires de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont donnés par  $\hat{\Gamma} = (X'X)^{-1} X'y$  avec  $\hat{\Gamma}' = (\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma})'$ ,  $X$  est la matrice  $N \times 3$  des variables explicatives telle que  $X = [1 \ Q^S \ \Delta_c Q^S]$  et  $y$  le vecteur des observables  $y_n$ . Sous l'hypothèse nulle  $H_0: \beta = \beta_0 \neq 0, \gamma = \gamma_0$ , on a

$$\hat{\Gamma} - \Gamma_0 = (X'X)^{-1} X' \varepsilon_{uv} \quad (6)$$

avec  $\Gamma_0 = (\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)'$ , et  $var(\hat{\Gamma}) = \sigma_{\varepsilon_{uv}}^2 (X'X)^{-1}$

L'estimateur  $\hat{\alpha}$  des moindres carrés ordinaires du paramètre  $\alpha$  est convergent et les estimateurs  $\hat{\beta}$  et  $\hat{\gamma}$  de  $\beta$  et  $\gamma$  sont hyperconvergents au sens où d'une part,  $\sqrt{N}(\hat{\alpha}-\alpha_0)$  et  $N(\hat{\beta}-\beta_0)$  sont asymptotiquement gaussiens et  $N(\hat{\gamma}-\gamma_0)$  converge vers une loi non standard et, d'autre part,  $(\hat{\beta}-\beta_0) = o_P(1)$ ,  $(\hat{\alpha}-\alpha_0) = o_P(1)$  et  $(\hat{\gamma}-\gamma_0) = o_P(1)$  (Voir proposition 2 en annexe).

**Estimation et Prévision infra-annuelles de l'inobservable  $y_t$**

L'estimation de la variable annualisée  $y_n$  fondée sur la régression (5) est donnée par

$$\hat{y}_n = \hat{\alpha} + \hat{\beta}Q_n^S + \hat{\gamma}\Delta_c Q_n^S \quad (7) \text{ avec comme}$$

erreur d'estimation  $y_n - \hat{y}_n$  et l'erreur quadratique

$$\text{moyenne } RMSE = \left[ N^{-1} \sum_{n=1}^N (y_n - \hat{y}_n)^2 \right]^{1/2} \text{ qui converge}$$

vers  $\sigma_{\hat{\epsilon}_{u,y_n}}$  lorsque  $N$  est de plus en plus grand.

Pour estimer la variable infra-annuelle inobservable  $y_t = y_{S(n-1)+s}$  sur la période d'observation des données annuelles, on fait l'hypothèse que la variable

$y_{S(n-1)+s}$  sous la contrainte  $y_n = \sum_{s=1}^S y_{S(n-1)+s}$  obéit de façon implicite au processus générateur de données similaire à (2). On en déduit l'estimation

$$\hat{y}_{S(n-1)+s} = \hat{\alpha}/S + \hat{\beta}X_{S(n-1)+s} + \hat{\gamma} \left[ X_{S(n-1)+s} - \exp(c/N)X_{S(n-2)+s} \right] \quad (8)$$

avec la contrainte  $\hat{y}_n = \sum_{s=1}^S \hat{y}_{S(n-1)+s}$

On s'intéresse à la prévision de  $y_t$  à la date  $t+h$  conditionnellement à l'information disponible à la date  $t$  en exploitant le modèle (2) avec la même hypothèse que ci-dessus. Ainsi, pour l'année  $n$ , on peut écrire  $y_t$  en fonction de  $n, S$  et de la saison  $s$  ( $s=1, \dots, S$ ) de la façon suivante :  $y_t = y_{S(n-1)+s}$ . L'information disponible à la date  $n$ , est constituée des passés de  $y_n$ , soit  $y_{n-1}, y_{n-2}, \dots$ , et des données trimestrielles correspondantes  $X_{S(n-2)+s}, X_{S(n-3)+s}, \dots$ , avec  $s=1, 2, \dots, S$  auxquelles

s'ajoutent pour l'année courante les  $X_{S(n-1)+h}$  pour  $h = 1, \dots, s$ .

Sur la base de l'expression (2) et de la proposition 1, on propose pour  $y_{S(n-1)+s}$  la prévision suivante à la date  $S(n-1)+s+h$ :

$$\hat{y}_{\{S(n-1)+s+h\}} / I_t = \begin{cases} \hat{\alpha}/S + \hat{\beta}X_{\{S(n-1)+s\}} + \hat{\gamma} [X_{\{S(n-1)+s\}} - \exp(c/N)X_{\{S(n-2)+s\}}] & \text{si } h=0 \\ \hat{\alpha}/S + \hat{\beta}\exp(c/N)X_{\{S(n-2)+s+h\}} & \text{si } 1 \leq h \leq S-s \end{cases} \quad (9)$$

On en déduit que, pour tout  $s = 1, \dots, S$ , la prévision annuelle de  $y_n$  fondée sur l'information disponible à la période  $t=S(n-1)+s$  est donnée par  $\hat{y}_n / I_t = \Psi_s \hat{\Gamma}$  avec  $\Psi_s$  la matrice  $1 \times 3$  définie par  $\Psi_s = [1 \quad Z_{1,s} \quad Z_{2,s}]$

$$\text{où } Z_{1,s} / I_t = \begin{cases} \exp(c/N)Q_{n-1}^S + \sum_{h=1}^s \Delta_c X_{\{S(n-1)+h\}} & \text{si } s < S \\ Q_n^S & \text{si } s = S \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{et } Z_{2,s} / I_t = \begin{cases} \sum_{h=1}^s \Delta_c X_{\{S(n-1)+h\}} & \text{si } s < S \\ \Delta_c Q_n^S & \text{si } s = S \end{cases} \quad (11)$$

L'erreur de prévision  $e_n = y_n - \hat{y}_n / I_t$  de la variable annuelle  $y_n$  fondée sur l'information disponible à la fin de la saison  $s$  de l'année  $n$  a comme variance  $\sigma_e^2$  donnée par

$$\sigma_e^2 = \text{var}(e_n) = \sigma_{\hat{\epsilon}_{u,y_n}}^2 \left( 1 + \Psi_s (X'X)^{-1} \Psi_s' \right) \quad (12)$$

On en déduit, l'intervalle de confiance  $I(y_n)$  au seuil  $(1-\alpha)$  ci-après:

$$I(y_n) = [\hat{y}_n / I_t - \sigma_e t_{1-\alpha/2}; \hat{y}_n / I_t + \sigma_e t_{1-\alpha/2}] \quad (13)$$

où  $t_{1-\alpha/2}$  est le quantile d'ordre  $1-\alpha/2$  de la loi normale centrée et réduite  $N(0,1)$ .

**Applications empiriques : estimation et prévision de quelques valeurs ajoutées trimestrielles**

Les données utilisées sont celles provenant des Instituts nationaux de statistique du Bénin sur la période 2000-2015 et du Mali sur celles plus réduites de 2003-2015. Elles portent sur les composantes sectorielles de l'indice harmonisé de production industrielle (IHPI) et du produit intérieur brut à prix constants (PIB).

En vue de réaliser les prévisions de valeurs ajoutées trimestrielles pour l'année 2015, la période d'estimation des paramètres du modèle et des valeurs ajoutées trimestrielles est réduite à 2000-2014 pour le Bénin et 2003-2014 pour le Mali.

### Estimation de valeurs ajoutées trimestrielles et comparaison avec les valeurs annuelles observées

L'estimation des paramètres procède en deux étapes. La première estime le modèle d'état sur données trimestrielles et en récupère les paramètres d'intérêt. La seconde porte sur le modèle dit « de mesure » sur données annuelles. L'attention étant focalisée sur la significativité des paramètres du modèle, en particulier  $\alpha$ ,  $\beta$ , et  $\gamma$  pour certaines branches, on note que le paramètre de l'indice harmonisé de production industrielle (IHPI) de la branche n'est pas significatif, ce qui a amené à remplacer l'IHPI de la branche par l'IHPI d'une autre branche ou l'IHPI global pour exploiter l'interdépendance de celles-ci. Cependant, tenant compte de la corrélation entre les IHPI des branches, les variables « étalons » ou explicatives au sens de la significativité des paramètres d'intérêt ont pu être identifiées.

La non significativité des coefficients de l'IHPI de la branche concernée pourrait s'expliquer d'une part, par la faible représentativité de l'échantillon ayant servi aux calculs de cet indicateur, et d'autre part, par la non prise en compte du secteur informel qui s'avère important dans certaines branches.

Les tests de racine unitaire sont faits sur les résidus ( $\hat{\varepsilon}_t$ ) de l'équation (2) en utilisant l'approche *GLS-detrending* de Elliot et al. (1996) avec les statistiques de la classe MZ reconnues pour leur bon niveau et leur bonne puissance dans les petits échantillons. S'agissant des tests de cointégration qui reposent sur les tests de racine unitaire sur les résidus ( $\hat{\eta}_n$ ) de l'équation de mesure (5), ils ont été réalisés avec la statistique Z en exploitant les travaux récents de Perron et Rodriguez (2016) développés avec l'approche *GLS detrending*. Les résultats présentés en annexe, montrent qu'au niveau conventionnel de 5% l'hypothèse nulle de non cointégration est rejetée au profit de celle de la cointégration.

Les tableaux 3 et 4 présentent respectivement les résultats pour le Bénin et le Mali. On note, en général, l'impact significatif à la fois de l'indicateur annualisé de l'IHPI et de sa variation sur la valeur ajoutée sectorielle relative à la branche retenue.

Ainsi, pour le Mali, l'augmentation de l'IHPI de la branche « extraction d'or », fait diminuer la production des branches « agriculture d'exportation », « métallurgie fonderie (or) » et « autres industries ». En revanche, la variation de cet indice sur deux années consécutives accroît la production des branches considérées. L'ampleur de cette variation couplée avec

le niveau annuel de l'indice est déterminante pour l'appréciation de la variation de la production desdites branches. Des résultats similaires sont obtenus pour l'ensemble des branches avec des paramètres  $\alpha$  et  $\gamma$  significatifs et de signes opposés à l'exception de la branche « activités extractives ».

Pour les données du Bénin, les paramètres d'intérêt estimés sont aussi significatifs et de signes opposés pour toutes les branches, sauf pour la branche « électricité, gaz et eau » où les signes sont tous positifs avec la variable explicative identique à l'IHPI de ladite branche.

L'estimation des valeurs ajoutées trimestrielles à l'aide des paramètres estimés et de l'information disponible sur les indicateurs infra-annuels a été réalisée sur la période d'observation. L'agrégation annuelle qui en résulte est comparée à la valeur ajoutée observée par branche. Les graphiques 1 et 2 présentent l'évolution simultanée des valeurs observées et estimées. La synthèse de la comparaison est donnée par l'erreur quadratique moyenne comparée à la moyenne de la valeur ajoutée observée (Tableau 2).

L'analyse des graphiques 1 et 2 couplée avec celle des erreurs quadratiques moyennes montre la bonne qualité des résultats obtenus sur les données du Bénin en comparaison avec ceux du Mali, même si pour les deux branches « activités extractives » et « électricité et eau » les résultats sont plus satisfaisants.

Tableau 2 :

**Erreur quadratique moyenne rapportée à la moyenne de la valeur ajoutée observée**

| Mali                        |              | Bénin                           |              |
|-----------------------------|--------------|---------------------------------|--------------|
| Branche                     | EQM/moy (VA) | Branche                         | EQM/moy (VA) |
| Agriculture d'exportation   | 9,87         | Agriculture                     | 1,01         |
| Activités extractives       | 1,15         | Industries agro-alimentaires    | 1,96         |
| Industries agroalimentaires | 7,65         | Transports, postes et télécom.  | 1,58         |
| Textiles                    | 9,82         | Elec., gaz et eau               | 0,62         |
| Métallurgie fonderie (Or)   | 13,38        | BTP                             | 1,37         |
| Autres industries           | 1,74         | Commerce, restaurants et hôtels | 2,60         |
| Elec. et eau                | 0,70         |                                 |              |
| Construction                | 5,93         |                                 |              |

Sources: Nos calculs, données INSAE-Bénin et INSTAT-Mali

Tableau 3 :  
Estimation des paramètres du modèle de régression sur données annuelles du Bénin

| Branche                                  | Variable "étalon"                 | Paramètres estimés |           |             | variance/densité spectrale |       |                       | Nombre d'observations (N) | R <sup>2</sup> |
|--|-----------------------------------|--------------------|-----------|-------------|----------------------------|-------|-----------------------|---------------------------|----------------|
|  |                                   | $\alpha$           | $\beta$   | $\gamma$    | exp(c/n)                   | $v_n$ | $\varepsilon_{u,v_n}$ |                           |                |
| Agriculture                              | ihpi global                       | 177,89             | 0,73      | -0,703      | 1,04                       | 1,06  | 1,5686                | 14                        | 0.893          |
|  | t-stat normalisé                  | 7,12 *             | 12,86 *** | -12,508 *** |                            |       |                       |                           |                |
| Transports, postes et télécommunications | ihpi global                       | -124,66            | 0,83      | -0,083      | 1,04                       | 1,06  | 0,7244                | 14                        | 0.924          |
|  | t-stat normalisé                  | -2,67 **           | 7,84 ***  | -0,801      |                            |       |                       |                           |                |
| Electricité, gaz et eau                  | ihpi Electricité et eau           | -17,77             | 0,08      | 0,024       | 1,08                       | 1,12  | 0,51                  | 14                        | 0.934          |
|  | t-stat normalisé                  | -2,82 **           | 6,21 ***  | 2,112 **    |                            |       |                       |                           |                |
| BTP                                      | ihpi autres industries            | 87,59              | 0,28      | -0,105      | 1,02                       | 1,43  | 0,4816                | 14                        | 0.557          |
|  | t-stat normalisé                  | 1,31               | 1,72 *    | -2,494 **   |                            |       |                       |                           |                |
| PIB_Comres-s                             | ihpi autres industries            | 158,33             | 0,54      | -0,424      | 1,02                       | 1,43  | 0,6939                | 14                        | 0.617          |
|  | t-stat normalisé                  | 1,81 *             | 2,50 **   | -7,743 ***  |                            |       |                       |                           |                |
| Industries Agro-alimentaires             | ihpi industries agro-alimentaires | 417,28             | -0,35     | 0,065       | 1,03                       | 1,20  | 0,56                  | 14                        | 0.516          |
|  | t-stat normalisé                  | 5,140 **           | -1,9096 * | -0,882      |                            |       |                       |                           |                |

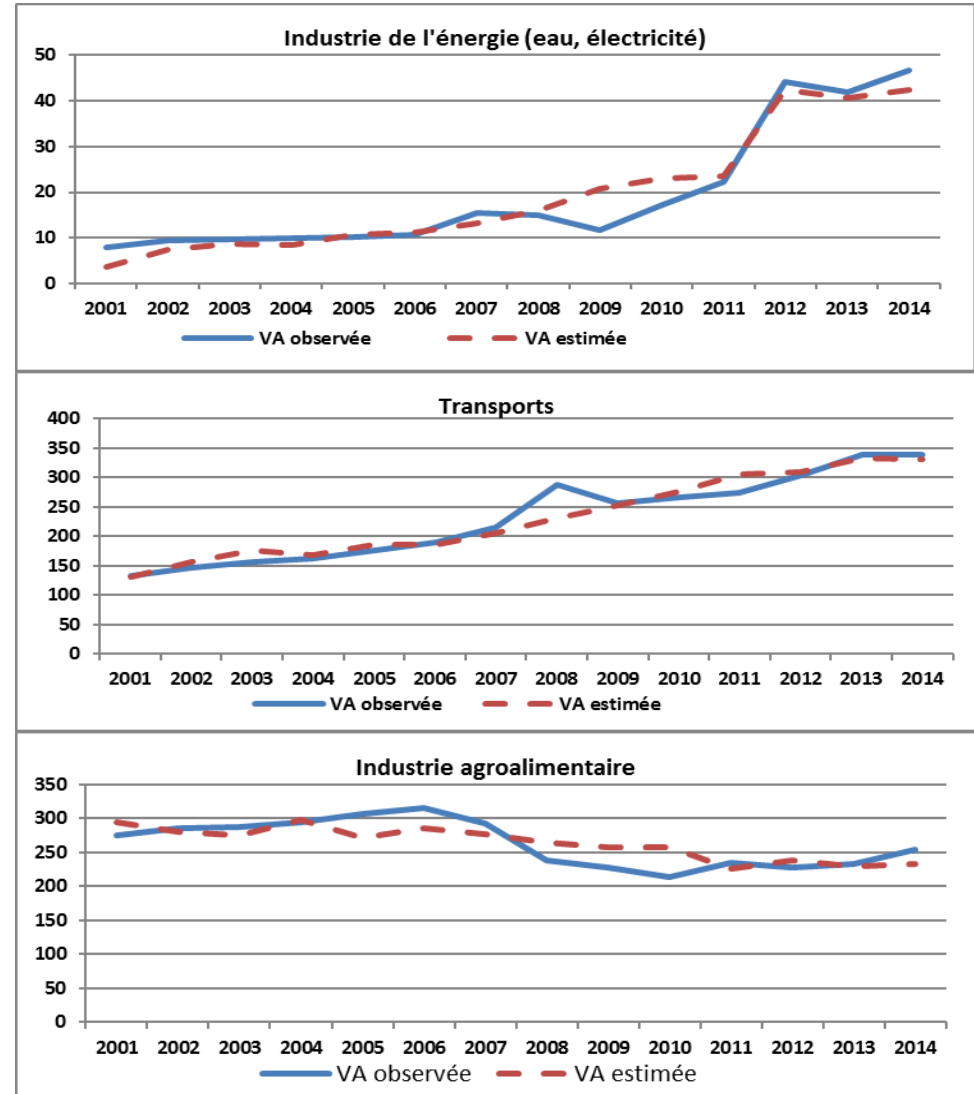
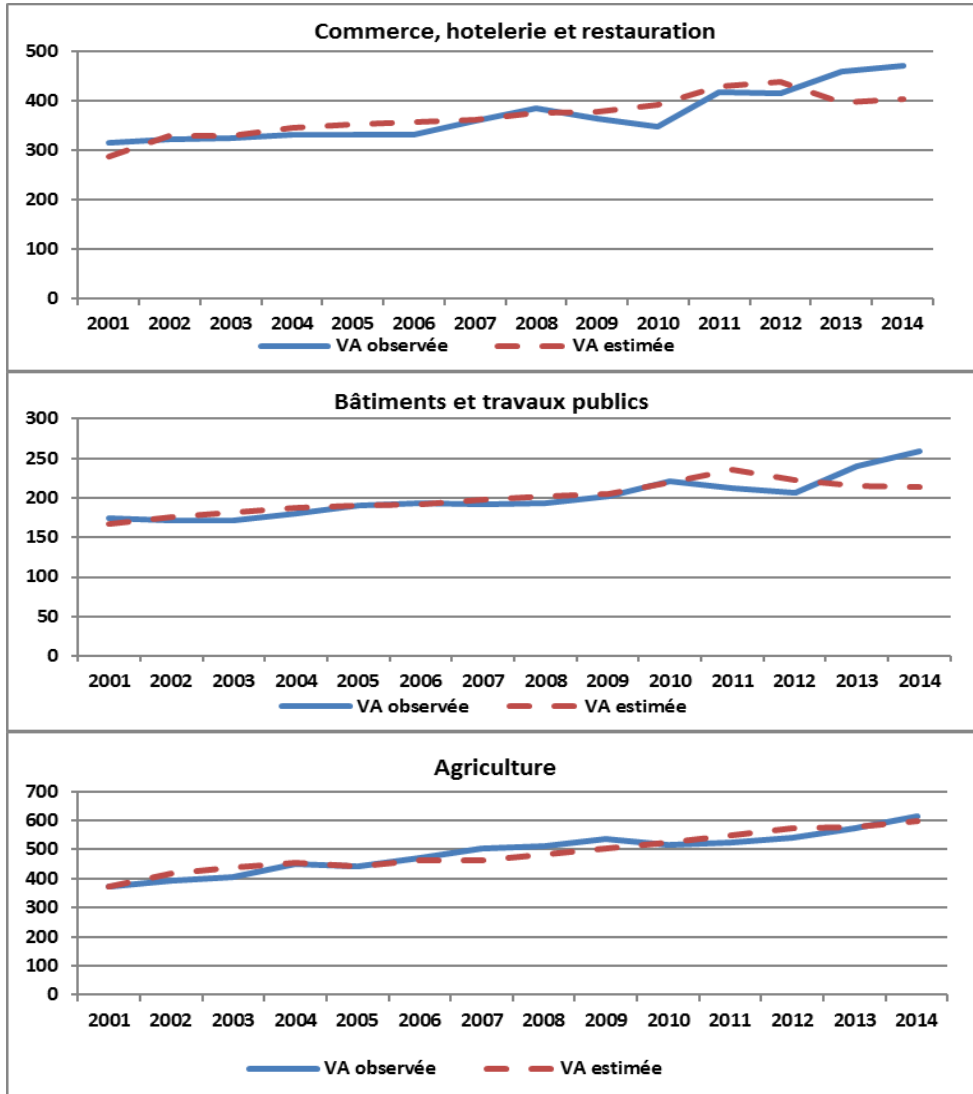
Source: Nos calculs, données INSAE, Bénin; Période 2001-2014, (\*\*\*),(\*\*),(\*)= significatifs à 1%,2% et 10%

Tableau 4 :  
Estimation des paramètres du modèle de régression sur données annuelles du Mali

| Branche                     | Variable "étalon"  |                  | Paramètres estimés |             |         |             | variance/densité spectrale |        |                       | Nombre d'observations (N) | R <sup>2</sup> |
|-----------------------------|--|------------------|--------------------|-------------|---------|-------------|----------------------------|--------|-----------------------|---------------------------|----------------|
|                             |  |                  | $\alpha$           | $\beta$     | $\beta$ | $\gamma$    | exp(c/n)                   | $v_n$  | $\varepsilon_{u,v_n}$ |                           |                |
| R2Agriculture d'exportation | IHPI Extraction d'or   |                  | 186,42             | -0,321      |         | 0,288       | 0,8897                     | 1,38   | 1,4502                | 11                        | 0.412          |
|                             |  | t-stat normalisé | 0,22               | -25,494 *** |         | 17,044 ***  |                            |        |                       |                           |                |
| Activités extractives       | IHPI global  |                  | 66,92              | -0,081      |         | -0,094      | 0,9836                     | 1,141  | 0,0627                | 11                        | 0.404          |
|                             |  | t-stat normalisé | 0,04               | -7,216 ***  |         | -5,153 ***  |                            |        |                       |                           |                |
| Industries agroalimentaires | Fabrication de produits alimentaires   |                  | 264,58             | -0,314      |         | 0,678       | 0,9777                     | 0,7794 | 0,8385                | 11                        | 0.510          |
|                             |  | t-stat normalisé | 0,06               | -6,885 ***  |         | 32,773 ***  |                            |        |                       |                           |                |
| Textiles                    | IHPI composite "Fabrication de textiles" et "Fabrication d'article d'habillement, teinture fourrure" |                  | -125,30            | 0,562       |         | -0,397      | 0,9458                     | 1,417  | 0,2249                | 11                        | 0.500          |
|                             |  | t-stat normalisé | -0,01              | 8,008 ***   |         | -15,902 *** |                            |        |                       |                           |                |
| Métallurgie fonderie (Or)   | IHPI Extraction d'or   |                  | 710,86             | -1,472      |         | 0,734       | 0,8897                     | 1,38   | 5,2378                | 11                        | 0.787          |
|                             |  | t-stat normalisé | 0,36               | -51,298 *** |         | 36,183 ***  |                            |        |                       |                           |                |
| Autres industries           | IHPI Extraction d'or   |                  | 117,46             | -0,125      |         | 0,071       | 0,8897                     | 1,38   | 0,2704                | 11                        | 0.445          |
|                             |  | t-stat normalisé | 0,41               | -30,172 *** |         | 5,493 ***   |                            |        |                       |                           |                |
| Electricité et eau          | IHPI composite "production d'eau et électricité" et "Captage, traitement et distribution d'eau"      |                  | 53,50              | -0,028      |         | -0,011      | 1,075                      | 1,1076 | 0,0327                | 11                        | 0.558          |
|                             |  | t-stat normalisé | 0,22               | -80,268 *** |         | -1,164 **   |                            |        |                       |                           |                |
| Construction                | IHPI global  |                  | -13,04             | 0,108       |         | -0,138      | 0,9777                     | 1,141  | 2,5132                | 11                        | 0.314          |
|                             |  | t-stat normalisé | -0,01              | 11,382 ***  |         | -49,319 *** |                            |        |                       |                           |                |

Source: Nos calculs, données INSTAT, Mali; Période 2004-2014, (\*\*\*),(\*\*),(\*)= significatifs à 1%,2% et 10%

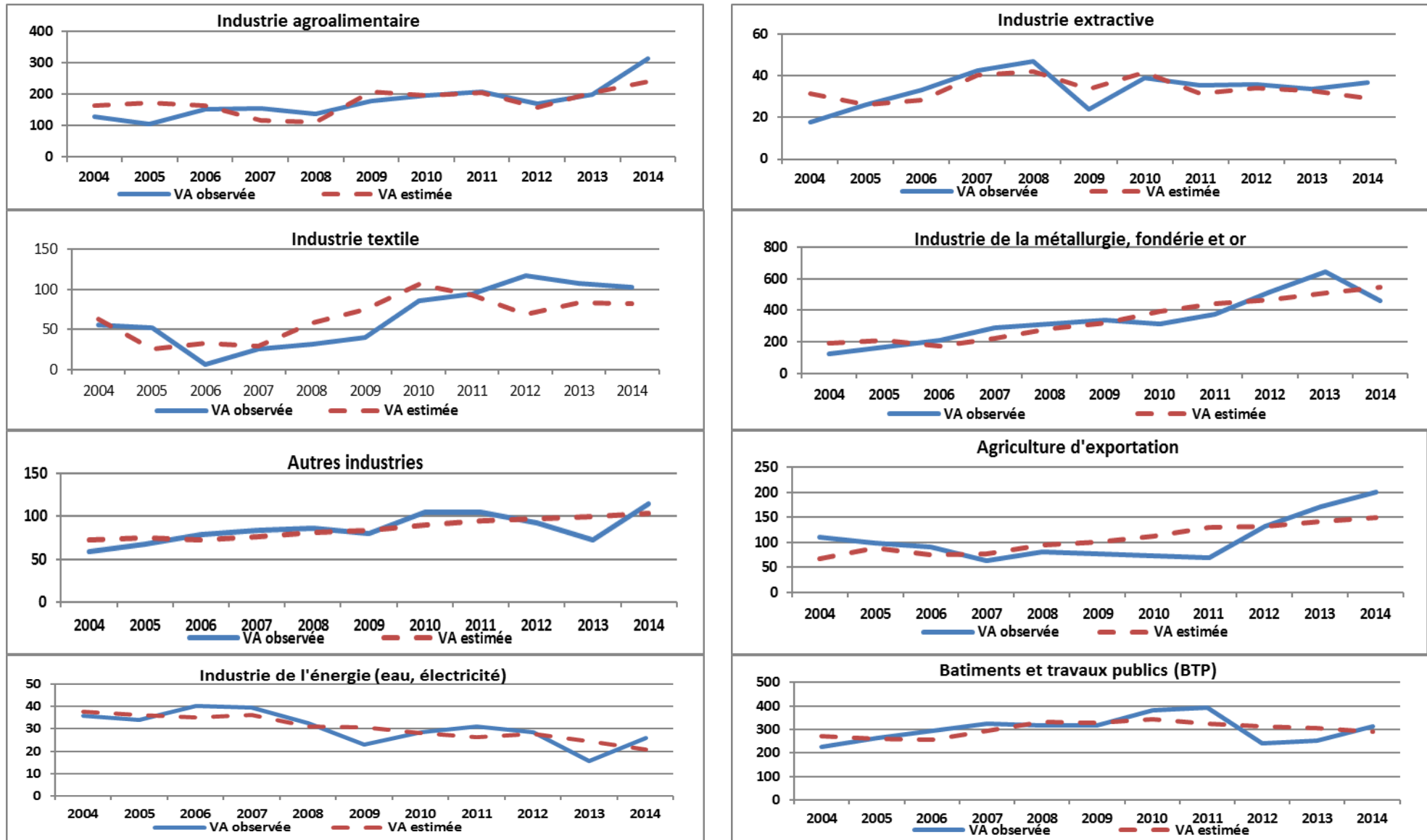
Graphique 1 :  
Evolution simultanée de l'agrégation des valeurs ajoutées trimestrielles estimées et de celles annuelles observées du Bénin





Graphique 2 :

Evolution simultanée de l'agrégation des valeurs ajoutées trimestrielles estimées et de celles annuelles observées du Mali



## Prévision des valeurs ajoutées trimestrielles et annuelles de 2015

On exploite l'information trimestrielle disponible sur les IHPI des années 2014 et 2015 pour prédire pour l'année 2015 les valeurs ajoutées trimestrielles inobservables et en déduire les valeurs ajoutées annuelles pour la même année. Les tableaux 6 et 7 (en annexes) présentent les prévisions ponctuelles et les intervalles de confiance.

Conformément à ce qui est attendu, les résultats mettent en relief le fait que les prévisions varient en fonction du trimestre avec une meilleure précision pour les valeurs ajoutées annuelles lorsque l'information trimestrielle disponible augmente. Il s'ensuit pour l'ensemble des branches que la longueur de l'intervalle de confiance se rétrécit lorsqu'on tend vers la fin de l'année de prévision.

Globalement, les résultats des prévisions sont satisfaisants si on se réfère au taux de recouvrement de la valeur ajoutée annuelle observée : 83% des intervalles de confiance recouvrent la valeur ajoutée observée pour le Bénin en 2015 contre 75% pour le Mali.

## Conclusion

Cette étude a fait le choix d'un modèle à deux équations intégrant la dynamique saisonnière des indicateurs infra-annuels pour estimer et prédire les valeurs ajoutées trimestrielles inobservables et en déduire leur niveau annuel sur la base de l'information trimestrielle disponible.

Le modèle d'état caractérisant la dynamique de la variable infra-annuelle observable est un SAR(1), processus autorégressif saisonnier d'ordre 1. Il est couplé au modèle de mesure proposé pour les données annuelles observables lequel est d'une portée pratique puisque l'inférence sur les paramètres d'intérêt est fondée sur la loi normale standard pour deux d'entre eux et sur une distribution non standard dont les queues de distributions ont été tabulées par simulation de Monte Carlo pour le paramètre lié à la variation de l'indicateur infra-annuel.

Les paramètres d'intérêt sont en général très significatifs. L'agrégation annuelle des estimations trimestrielles des valeurs ajoutées comparée aux données observées conduit parfois à des erreurs quadratiques moyennes élevées, notamment lorsque le nombre d'observations est faible (autour de 10 pour le Mali). Cependant, les prévisions sont globalement satisfaisantes puisque plus de 80% des intervalles de confiance recouvrent la valeur ajoutée observée pour le Bénin en 2015 contre 75% pour le Mali.

Les résultats obtenus permettent de tirer comme enseignement majeur l'inadéquation pour certaines branches de l'indice harmonisé de production industrielle (IHPI) comme déterminant principal de la valeur ajoutée avec pour conséquence le choix de l'IHPI d'une autre branche ou de l'IPHI global. Il est donc important qu'une veille soit assurée pour l'efficacité du dispositif de production en mettant l'accent sur, notamment, la mise à jour de l'échantillonnage des entreprises de la branche concernée et la prise en compte du secteur informel.

## Références bibliographiques

**AFRISTAT (2011)**, manuel méthodologique de production des comptes trimestriels dans les Etats d'Afrique au sud du Sahara, Séries Méthodes N°11.

**BCEAO (2014)**, Estimation du PIB trimestriel de l'UEMOA : approche méthodologique et résultats obtenus, Dakar (Sénégal).

**Dickey, D.A. and W.A. Fuller (1979)**, Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, *Journal of the American Statistical Association* 74, 427-431.

**Dickey, D.A., D.P. Hasza, and W.A. Fuller (1984)**, Testing for unit roots in seasonal time series, *Journal of the American Statistical Association* 79, 355-367.

**Elliott, G., T. Rothenberg, and J. H. Stock (1996)** Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root, *Econometrica*, 64,813-836.

**Fuller, W.A. (1976)**, Introduction of statistical time series (Wiley, New York, NY).

**Ghysels, E., Lee, H.S. and Nah, J. (1994)**, Testing for unit roots in seasonal time series: Some theoretical extensions and a Monte Carlo investigation\*, *Journal of Econometrics*, 62 (1994) 415-442, North-Holland.

**Hjalmarsson, E. and P. Österholm (2007)**, Testing for Cointegration Using the Johansen Methodology when Variables are Near-Integrated, *International Monetary Found WP/07/141*.

Hylleberg, S., R.F. Engle, C.W.J. Granger, and B.S. Yoo (1990), Seasonal integration and cointegration, Journal of Econometrics 44, 215-238.

INS-CAMEROUN (2012), Les comptes nationaux trimestriels : document de méthodologie, Yaoundé (Cameroun).

Jansson, M. (2002), Consistent covariance matrix estimation for linear processes. Econometric Theory, 18,2002, 1449-1459.

Kmenta, J. (1991), Latent variables in econometrics, Wiley Online Library Statistica Neerlandica, Volume 45, Issue 2.

Lewis, J. B. and D. A. Linzer (2005), Estimating Regression Models in Which the Dependent Variable Is Based on Estimates, Political Analysis (2005), 13:345-364.

Perron, P et G. Rodriguez (2016), Residuals-based Tests for Cointegration with GLS Detrended Data, Econometrics Journal, vol 19, pp. 84-111.

Phillips, P. C. B. and B. E. Hansen (1990), Statistical inference in instrumental variables regression with I(1) variables. Review of Economic Studies 57, 99-125.

Phillips, P. C. B. and P. Perron (1988), Testing for Unit Roots in Time Series Regression, Biometrika, 75, 335-346.

## Annexes

### Estimateurs des moindres carrés ordinaires de $\alpha$ , $\beta$ et $\gamma$ et leurs propriétés asymptotiques

**Proposition 1 :** Soient les processus univariés  $\{y_n\}$  et  $\{X_t\}$  définis par les équations (1) et (2) et  $\{Q_n^S\}$  le processus annualisé de  $\{X_t\}$  tel que

$$Q_n^S = \sum_{i=1}^S X_{S(n-1)+i}. \text{ Soient } \bar{y} = N^{-1} \sum_{n=1}^N y_n \text{ et}$$

$$\bar{Q}^S = N^{-1} \sum_{n=1}^N Q_n^S \text{ pour } n = 1, \dots, N. \text{ Sous l'hypothèse de}$$

faible stationnarité de  $\omega_n = (u_n, v_n)'$ , on pose

$$\varpi_n = L(u_n, v_n)' = (\varepsilon_{u,v_n}, v_n)' \text{ où } L = \begin{bmatrix} 1 & -\omega_{12}\omega_{22}^{-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \text{ Si}$$

$$S_{[Nr]} = \sum_{n=1}^{[Nr]} \varpi_n, \text{ on a lorsque}$$

$$N \rightarrow \infty, N^{-1/2} S_{[Nr]} \Rightarrow B(r) = (B_1(r), B_2(r))' = (\varpi_{11}^{1/2} W_1(r), \varpi_{22}^{1/2} W_2(r))$$

$$\text{où } \varpi_{11} = \omega_{11} - \omega_{12}^2 \omega_{22}^{-1}, \quad \Omega = 2\pi f_{\omega_t}(0) = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} \\ \omega_{12} & \omega_{22} \end{bmatrix} \text{ et}$$

$W(r) = (W_1(r), W_2(r))'$  est un vecteur de dimension 2 de mouvements browniens standards indépendants. Sous ces hypothèses, on a :

$$i) Q_n^S = \exp(c/N) Q_{n-1}^S + v_n$$

$$ii) N^{-1/2} \left( Q_t^S - \bar{Q}^S \right) \Rightarrow \omega_{22}^{1/2} J_c^\mu(r) \quad \text{avec}$$

$$J_c^\mu(r) = J_c(r) - \int_0^r J_c(s) ds \quad \text{et } J_c(r) = \int_0^r \exp(c(r-s)) dW_2(s)$$

$$iii) N^{-2} \sum_{n=1}^N \left( Q_n^S - \bar{Q}^S \right)^2 \Rightarrow \omega_{22} \int_0^1 \left[ J_c^\mu(r) \right]^2 dr$$

$$iv) N^{-1} \sum_{t=1}^T \left( Q_n^S - \bar{Q}^S \right) \varepsilon_{u,v_n} \Rightarrow \omega_{22}^{1/2} \varpi_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)$$

La preuve de cette proposition est établie sans peine. Elle est néanmoins présentée dans les travaux de Janssen (2002) et de façon particulière pour le cas où  $c = 0$  dans Phillips et Hansen (1990).

**Proposition 2 :** L'estimateur  $\hat{\alpha}$  des moindres carrés ordinaires du paramètre  $\alpha$  est convergent et les estimateurs  $\hat{\beta}$  et  $\hat{\gamma}$  de  $\beta$  et  $\gamma$  sont hyperconvergents au sens où d'une part,  $\sqrt{N}(\hat{\alpha} - \alpha_0)$  et  $N(\hat{\beta} - \beta_0)$  sont asymptotiquement gaussiens et  $N(\hat{\gamma} - \gamma_0)$  converge vers une loi non standard et, d'autre part,  $(\hat{\beta} - \beta_0) = o_p(1)$ ,  $(\hat{\alpha} - \alpha_0) = o_p(1)$  et  $(\hat{\gamma} - \gamma_0) = o_p(1)$ . Les expressions des distributions asymptotiques sont données respectivement par :

$$N(\hat{\beta} - \beta_0) \Rightarrow \frac{\varpi_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\omega_{22}^{1/2} \int_0^1 \left[ J_c^\mu(r) \right]^2 dr}$$

$$\sqrt{N}(\hat{\alpha} - \alpha_0) \Rightarrow -\varpi_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c(s) ds \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\int_0^1 \left[ J_c^\mu(r) \right]^2 dr} \quad (14)$$

$$\text{et } N(\hat{\gamma}-\gamma_0) \Rightarrow -\frac{(\omega_{11}\omega_{22}-\omega_{12}^2\omega_{21}^{-1})^{1/2}}{\sigma_v^2} \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_2(r)}{\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)$$

(15)

Les t-statistiques  $t_{\hat{\beta}}$  et  $t_{\hat{\alpha}}$  associés aux estimateurs  $\hat{\beta}$  et  $\hat{\alpha}$  sont asymptotiquement gaussiens. La loi asymptotique identique des t-statistiques est donnée par

$$\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}}{\hat{\omega}_{11}^{1/2}} t_{\hat{\beta}} \Rightarrow \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\left[ \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \equiv N(0,1)$$

(16)

Celle du t-statistique de  $\hat{\gamma}$  est donnée par

$$\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}}{\hat{\omega}_{11}^{1/2}} \frac{\hat{\sigma}_v}{\omega_{22}^{1/2}} N^{1/2} t_{\hat{\gamma}} \Rightarrow -\frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_2(r)}{\left[ \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\left[ \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}}$$

(17)

où  $\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}^2 = N^{-1} \sum_{n=1}^N \hat{\varepsilon}_{u,v_n}^2$

et

$$\hat{\omega}_{11} = 2\pi f_{\varepsilon_{u,v_n}}(0) = N^{-1} \sum_{n=1}^N \hat{\varepsilon}_{u,v_n}^2 + 2N^{-1} \sum_{\tau=1}^l \sum_{n=1+\tau}^N \left(1 - \frac{\tau}{1+l}\right) \hat{\varepsilon}_{u,v_\tau} \hat{\varepsilon}_{u,v_{n-\tau}}$$

**Remarque :** i) Si  $Q_n^S$  était exogène, alors le paramètre  $\beta$  pourrait être estimé par la régression (5) sans l'extension à la variable  $\Delta_c Q_n^S$  et  $\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}}{\hat{\omega}_{11}^{1/2}} t_{\hat{\beta}} \Rightarrow N(0,1)$ . Si de plus  $u_n$  était i.i.d(0,  $\sigma_u^2$ ) alors  $t_{\hat{\beta}} \Rightarrow N(0,1)$ .

ii) Si  $\omega_n = (u_n, v_n)'$  est i.i.d(0,  $\Sigma$ ) alors

$$\Omega = 2\pi f_{\omega_t}(0) = \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & \sigma_{uv} \\ \sigma_{uv} & \sigma_v^2 \end{bmatrix}$$

iii) La distribution asymptotique de la statistique pivotale

$$\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon_{u,v_n}}}{\hat{\omega}_{11}^{1/2}} \frac{\hat{\sigma}_v}{\omega_{22}^{1/2}} N^{1/2} t_{\hat{\gamma}}$$

donnée par (10) est non standard.

Elle est le produit de la normale centrée réduite  $N(0,1)$

$$\equiv \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\left[ \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}}$$

et celle de Dickey-Fuller (1979),

tabulée déjà par Fuller (1976) dans le cadre des tests de racine unitaire lorsque  $c = 0$ . L'extension de cette dernière à des valeurs non nulles de  $c$  a été tabulée par Phillips et Perron (1988). Il est important de noter que l'utilisation du  $t_{\hat{\gamma}}$  sans le facteur multiplicateur  $N^{1/2}$

conduirait au non rejet le plus souvent de l'hypothèse nulle  $H_0: \gamma = \gamma_0$ .

iv) Le coefficient de détermination  $R^2$  converge vers 1 lorsque  $N$  tend vers l'infini.

**Preuve de la proposition 2 :**

Soit la régression augmentée définie par (5)

$$y_n = \alpha + \beta Q_n^S + \gamma \Delta_c Q_n^S + \eta_n$$

(18)

Les paramètres  $\beta$  et  $\gamma$  sont estimés par OLS en considérant l'équation

$$y_n - \bar{y} = \beta (Q_n^S - \bar{Q}^S) + \gamma (\Delta_c Q_n^S - \overline{\Delta_c Q}^S) + \eta_n$$

(19)

et le paramètre  $\alpha$  est estimé par  $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{Q}^S - \hat{\gamma} \overline{\Delta_c Q}^S$ .

On pose :

$$\Delta = \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 \Sigma (\Delta_c Q_n^S - \overline{\Delta_c Q}^S)^2 - \left[ \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) (\Delta_c Q_n^S - \overline{\Delta_c Q}^S) \right]^2$$

et on note que  $v_n = \Delta_c Q_n^S$ .

Les estimateurs des moindres carrés ordinaires de  $\beta$  et  $\gamma$  sont donnés sous l'hypothèse nulle par :

$$\hat{\beta} - \beta_0 = \frac{\Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) \varepsilon_{u,v_n} + \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) v_n \Sigma v_n \varepsilon_{u,v_n}}{\Sigma (v_n - \bar{v})^2}$$

et

$$\hat{\gamma} - \gamma_0 = \frac{-\left[ \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) v_n \right] \left[ \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) \varepsilon_{u,v_n} \right] + \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 \Sigma v_n \varepsilon_{u,v_n}}{\Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 \Sigma (v_n - \bar{v})^2 - \left[ \Sigma (Q_n^S - \bar{Q}^S) v_n \right]^2}$$

Les processus  $v_n$  et  $\varepsilon_{u,v_n}$  ne sont pas corrélés. On en déduit lorsque  $N$  tend vers l'infini que

$$N(\hat{\beta} - \beta_0) \Rightarrow \frac{\omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\omega_{22}^{1/2} \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr}$$

(20)

$$\text{et } N(\hat{\gamma} - \gamma_0) \Rightarrow \frac{\omega_{22}^{1/2} \omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\hat{\sigma}_v^2 \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_2(r)$$

(21)

d'où l'hyperconvergence de  $\hat{\beta}$  et de  $\hat{\gamma}$ ; c'est à dire :  $\hat{\beta} - \beta_0 \Rightarrow 0$  et  $\hat{\gamma} - \gamma_0 \Rightarrow 0$ .

La variance de  $\hat{\beta}$  est estimée par :

$$var\hat{\beta} = \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon u.v_n}^2}{\omega_{22} \frac{\sum(Q_n^S - \bar{Q}^S)^2}{\sum(v_n - \bar{v})^2} - [\sum(Q_n^S - \bar{Q}^S)v_n]^2}$$

On en déduit, sans peine que :

$$N^2 var\hat{\beta} \Rightarrow \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon u.v_n}^2}{\omega_{22} \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr}$$

Avec la même logique, on a :

$$var\hat{\gamma} = \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon u.v_n}^2}{\omega_{22} \frac{\sum(Q_n^S - \bar{Q}^S)^2}{\sum(v_n - \bar{v})^2} - [\sum(Q_n^S - \bar{Q}^S)v_n]^2}$$

$$N var\hat{\gamma} \Rightarrow \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon u.v_n}^2}{\hat{\sigma}_v^2}$$

Par conséquent, on a par passage à la limite :

$$t\hat{\beta} \Rightarrow \frac{\omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\hat{\sigma}_{\varepsilon u.v_n} \left[ \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \quad (22)$$

et

$$N^{1/2} t\hat{\gamma} \Rightarrow \frac{\omega_{11}^{1/2} \omega_{22}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r) \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_2(r)}{\hat{\sigma}_{\varepsilon u.v_n} \hat{\sigma}_v \left[ \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2} \left[ \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \quad (23)$$

S'agissant de  $t\hat{\alpha}$ , on a d'abord :

$$\sqrt{N}(\hat{\alpha} - \alpha_0) = -N(\hat{\beta} - \beta_0)N^{-1/2}\bar{Q}^S + o_P(1) \quad (24)$$

Comme  $N^{-1/2}\bar{Q}^S = N^{-3/2}\sum Q_n^S \Rightarrow \omega_{22}^{1/2} \int_0^1 J_c(s) ds$ , il s'ensuit

$$que: \sqrt{N}(\hat{\alpha} - \alpha_0) \Rightarrow -\omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c(s) ds \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr} \quad (25)$$

D'où  $\sqrt{N}(\hat{\alpha} - \alpha_0)$  suit asymptotiquement une loi normale conditionnellement à  $J_c^\mu(r)$ . L'estimateur des moindres carrés ordinaires de  $\alpha$  est convergent et on a :  $\hat{\alpha} - \alpha_0 \Rightarrow 0$

Pour la variance de  $\hat{\alpha}$ , on montre sans peine que

$$N var\hat{\alpha} \Rightarrow \hat{\sigma}_{\varepsilon u.v_n}^2 \frac{(\int_0^1 J_c(s) ds)^2}{\int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr}$$

$$t\hat{\alpha} = \frac{\hat{\alpha} - \alpha_0}{[var\hat{\alpha}]^{1/2}} \Rightarrow \frac{\omega_{11}^{1/2} \int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\hat{\sigma}_{\varepsilon u.v_n} \left[ \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \quad (26)$$

Il s'ensuit, pour raison de symétrie que  $\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon u.v_n}}{\omega_{11}^{1/2}} t\hat{\beta}$  et

$\frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon u.v_n}}{\omega_{11}^{1/2}} t\hat{\alpha}$  ont la même loi asymptotique  $N(0,1)$ .

### Queues de distribution de la loi asymptotique de la statistique de Student normalisée de

$$\hat{\gamma} : - \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_1(r)}{\left[ \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}} \frac{\int_0^1 J_c^\mu(r) dW_2(r)}{\left[ \int_0^1 [J_c^\mu(r)]^2 dr \right]^{1/2}}$$

|         | 0,010  | 0,025  | 0,050  | 0,100  | 0,500  | 0,900 | 0,950 | 0,975 | 0,990 |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| c=-15   | -3,191 | -2,261 | -1,618 | -1,050 | -0,003 | 1,082 | 1,623 | 2,213 | 3,027 |
| c=-10   | -2,939 | -2,153 | -1,605 | -1,025 | -0,001 | 1,026 | 1,592 | 2,120 | 2,931 |
| c=-5    | -3,038 | -2,219 | -1,567 | -1,022 | 0,001  | 0,994 | 1,502 | 2,125 | 2,873 |
| c=-2    | -3,029 | -2,161 | -1,593 | -1,035 | -0,004 | 0,999 | 1,529 | 2,167 | 2,946 |
| c=-1    | -3,062 | -2,254 | -1,630 | -1,023 | 0,001  | 1,059 | 1,634 | 2,213 | 3,046 |
| c=0     | -2,939 | -2,177 | -1,623 | -1,048 | 0,001  | 1,002 | 1,581 | 2,170 | 3,030 |
| c=1     | -3,044 | -2,191 | -1,600 | -1,052 | -0,001 | 1,030 | 1,615 | 2,183 | 2,959 |
| c=2     | -2,929 | -2,145 | -1,574 | -1,000 | 0,003  | 1,039 | 1,596 | 2,116 | 2,909 |
| c=5     | -2,968 | -2,116 | -1,544 | -1,005 | -0,001 | 1,020 | 1,518 | 2,086 | 2,840 |
| c=10    | -3,017 | -2,267 | -1,622 | -1,070 | -0,005 | 1,007 | 1,553 | 2,169 | 3,072 |
| c=15    | -2,906 | -2,086 | -1,550 | -0,992 | 0,003  | 1,035 | 1,577 | 2,170 | 3,002 |
| N(0,1)* | -2,326 | -1,960 | -1,645 | -1,282 | 0,000  | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,326 |

Source : Nos simulations sur la base de 10000 répliques de Monte Carlo ; (\*) tirée des tables existantes pour comparaison

## Coefficient de détermination $R^2$

Le coefficient de détermination s'écrit

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{y}_n - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^N (y_n - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^N \{\hat{\beta}(Q_n^S - \bar{Q}^S) + \hat{\gamma}(\Delta_c Q_n^S - \Delta_c \bar{Q}^S)\}^2}{\sum_{i=1}^N \{\beta_0(Q_n^S - \bar{Q}^S) + \gamma_0(\Delta_c Q_n^S - \Delta_c \bar{Q}^S) + \varepsilon_{u,v_n}\}^2}$$

Lorsque  $N$  tend vers l'infini,  $\hat{\beta} \Rightarrow \beta_0$  sous  $H_0$

On en déduit que  $R^2 \Rightarrow 1$ .

On a:

$$N^{-2} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_n - \bar{y})^2 = (\hat{\beta})^2 N^{-2} \sum_{i=1}^N (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 + o(1)_P$$

et

$$N^{-2} \sum_{i=1}^N (y_n - \bar{y})^2 = (\beta_0)^2 N^{-2} \sum_{i=1}^N (Q_n^S - \bar{Q}^S)^2 + o(1)_P$$

D'un point de vue pratique  $R^2$  a peu d'intérêt sous l'hypothèse nulle. Hjalmarszon et Österholm (2007) suggèrent d'étudier dans ce cas le comportement de  $R^2$  sous des alternatives locales.

## Mise en évidence du comportement saisonnier des indicateurs infra-annuels

Avant d'estimer les paramètres du modèle proposé dans cette étude, on analyse par le biais des tests de racine unitaire saisonnière, le comportement en termes de saisonnalité de quelques composantes sectorielles de l'indice harmonisé de la production industrielle (IHPI) fondés sur le modèle de régression de Hylleberg et al. (1990) dont l'extension est proposée par Ghysels et al. (1994).

L'existence de racine unitaire à la fréquence 0 dans  $x_t$  est mise en évidence par le test de l'hypothèse nulle  $H_0 : \pi_1 = 0$  contre l'alternative de stationnarité  $H_1 : \pi_1 < 0$ . La présence de racine unitaire saisonnière à la fréquence  $\pi$  est mise en exergue par le test de l'hypothèse nulle  $H_0 : \pi_2 = 0$  contre  $H_1 : \pi_2 < 0$ . Celle de l'existence de racines unitaires saisonnières conjuguées ( $\pm i$ ) correspondant aux fréquences  $\pi/2$  et  $3\pi/2$  est testée par l'hypothèse nulle jointe  $H_0 : \pi_3 = \pi_4 = 0$  contre l'alternative  $H_1 : \pi_3 \neq 0$  ou  $\pi_4 \neq 0$ . Les valeurs critiques des statistiques de student et des statistiques de Fischer des hypothèses jointes sont tabulées par Dickey et al (1984), Hylleberg et al. (1990) et Ghysels et al. (1994).

Les tableaux 5a et 5b présentent les statistiques de Student pour les  $\pi_i$  ainsi que les statistiques de Fischer des tests conjoints. L'analyse des résultats montre que l'existence de racine unitaire à la fréquence 0 n'est pas rejetée au niveau conventionnel de 5% pour toutes les séries. En outre, pour l'existence de racine unitaire saisonnière, le comportement des variables présente des similitudes et aussi des différences selon les pays. Le test de l'hypothèse conjointe d'existence de racines unitaires saisonnières aux fréquences  $\pi/2$  et  $3\pi/2$  n'est pas rejetée au niveau de 5% pour l'indice harmonisé de production industrielle (IHPI) de la branche "industrie alimentaire" pour les deux pays. L'IHPI des industries chimiques au Bénin et l'IHPI des industries d'égrenage de coton au Mali, de même que l'IHPI global présentent des racines unitaires saisonnières à toutes les fréquences. La présence de racine unitaire saisonnière à la fréquence  $\pi$  n'est pas rejetée pour l'IHPI des industries « eau et électricité » au Mali. Ce résultat contraste avec celui du Bénin par le rejet de cette même hypothèse. Des similitudes sont relevées également pour les industries textiles avec le rejet de la présence des racines unitaires saisonnières à toutes les fréquences. Au total, les résultats suggèrent pour la plupart des séries, la présence de racine unitaire saisonnière.

Tableau 5a:

**Statistiques de Student et de Fischer pour les tests de racine unitaire saisonnière de quelques composantes sectorielles de l'indice de production industrielle (IHPI) du Bénin**

modèle:  $\Delta_4 x_t = \mu + \gamma t + \sum_{i=1}^3 \delta_i SD_{it} + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + \sum_{j=1}^{\Gamma} \Delta_4 x_{t-j} + e_t$  avec  $\Delta_4 = 1 - B^4$

où  $Bx_t = x_{t-1}$ ,  $y_{1,t} = (1 + B + B^2 + B^3)x_t$ ,  $y_{2,t} = -(1 - B + B^2 - B^3)x_t$ ,  $y_{3,t} = -(1 - B^2)x_t$  et  $SD_{it} = 1$  si  $i = t \pmod{S}$  et  $SD_{it} = 0$  sinon.

|  | lag l | t[Pi1] | t[Pi2] | t[Pi3] | t[Pi4] | F[3-4] | F[2-4] | F[1-4] |
|--|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Pays: Bénin; période 2000q1:2015q4         |       |        |        |        |        |        |        |        |
| 1. IHPI Industries alimentaires            | 2     | -3,055 | -3,482 | -2,463 | -1,637 | 5,023  | 9,974  | 10,331 |
| 2. IHPI Industries textiles                | 0     | -2,038 | -3,937 | -5,146 | -1,145 | 14,568 | 16,124 | 13,085 |
| 3. IHPI Industries chimiques               | 2     | -1,337 | -3,023 | -1,271 | -1,553 | 2,022  | 5,038  | 4,082  |
| 4. IHPI Industries eau, gaz et électricité | 1     | -0,960 | -3,818 | -3,424 | -2,670 | 12,008 | 20,050 | 15,167 |
| 5. IHPI Autres industries                  | 1     | -3,109 | -5,611 | -5,155 | -1,179 | 15,050 | 25,997 | 22,103 |
| 6. IHPI global                             | 2     | -2,142 | -3,152 | -2,214 | -1,643 | 4,453  | 8,579  | 7,852  |
| Valeurs critiques                          |       |        |        |        |        |        |        |        |
| 5%   | 2     | -3,675 | -3,053 | -3,625 | -1,916 | 6,560  | 6,071  | 6,518  |
|  | 1     | -3,668 | -3,048 | -3,618 | -1,917 | 6,562  | 6,067  | 6,516  |
|  | 0     | -3,050 | -3,017 | -3,571 | -1,975 | 6,593  | 6,058  | 5,909  |
| 10%  | 2     | -3,341 | -2,711 | -3,253 | -1,486 | 5,399  | 5,130  | 5,704  |
|  | 1     | -3,335 | -2,707 | -3,248 | -1,487 | 5,405  | 5,130  | 5,703  |
|  | 0     | -2,699 | -2,676 | -3,217 | -1,530 | 5,514  | 5,165  | 5,004  |

Sources: Nos calculs, données INSAE, Bénin

Tableau 5b:

**Statistiques de Student et de Fischer pour les tests de racine unitaire saisonnière de quelques composantes sectorielles de l'indice de production industrielle (IHPI) du Mali**

modèle:  $\Delta_4 x_t = \mu + \gamma t + \sum_{i=1}^3 \delta_i SD_{it} + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-2} + \pi_4 y_{3,t-1} + \sum_{j=1}^l \Gamma_j \Delta_4 x_{t-j} + e_t$  avec  $\Delta_4 = 1 - B^4$  où  $Bx_t = x_{t-1}$ ,

$y_{1,t} = (1 + B + B^2 + B^3)x_t$ ,  $y_{2,t} = -(1 - B + B^2 - B^3)x_t$ ,  $y_{3,t} = -(1 - B^2)x_t$  et  $SD_{it} = 1$  si  $i = t \pmod{S}$  et  $SD_{it} = 0$  sinon.

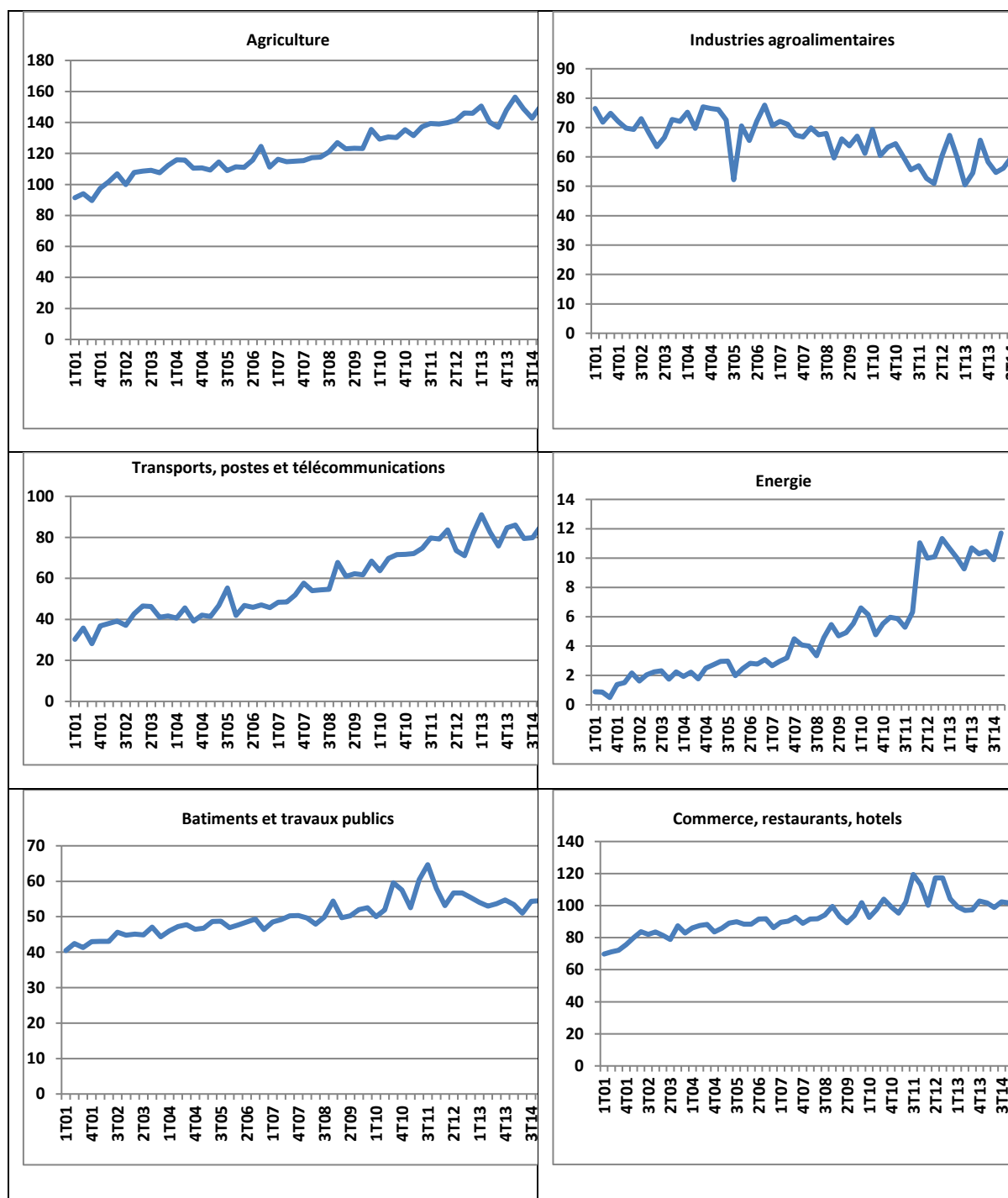
| Pays: Mali ; période: 2003q1:2015q4           | lag 1 | t[Pi1] | t[Pi2] | t[Pi3] | t[Pi4] | F[3-4] | F[2-4] | F[1-4] |
|---|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1. IHPI industries d'égrenage de coton        | 1     | -1,012 | -2,197 | -1,748 | -1,161 | 2,434  | 3,470  | 2,813  |
| 2. Industries extractives                     | 2     | -3,540 | -4,247 | -4,447 | -0,504 | 10,213 | 23,745 | 26,581 |
| 3. IHPI industries agro-alimentaires          | 2     | -1,267 | -1,233 | -0,616 | -0,427 | 0,249  | 1,022  | 1,349  |
| 4. IHPI industries métallurgie<br>fonderie    | 2     | -2,069 | -3,297 | -3,926 | -2,495 | 14,034 | 18,341 | 15,506 |
| 5. Industries de textiles et<br>d'habillement | 1     | -3,356 | -3,735 | -5,272 | -0,997 | 15,628 | 17,454 | 15,675 |
| 6. IHPI Industries Eau et électricité         | 2     | -1,828 | -2,298 | -1,380 | -3,079 | 8,175  | 11,306 | 9,217  |
| 7. IHPI Autres industries                     | 1     | -3,342 | -4,429 | -5,100 | -1,572 | 16,244 | 22,220 | 18,976 |
| 8. IHPI global                                | 2     | -1,631 | -2,894 | -2,213 | -1,303 | 3,492  | 7,143  | 6,495  |
| Valeurs critiques                             |       |        |        |        |        |        |        |        |
| 5%  | 1,2   | -3,710 | -3,080 | -3,660 | -1,910 | 6,550  | 6,090  | 6,530  |
| 10%   | 1,2   | -3,370 | -2,730 | -3,280 | -1,480 | 5,370  | 5,130  | 5,710  |

Sources: Nos calculs, données INSTAT, Mali



Graphique 3 :

Evolution des valeurs ajoutées trimestrielles estimées sur la période 2001-2014 pour le Bénin



Graphique 4 :

Evolution des valeurs ajoutées trimestrielles estimées sur la période 2004-2014 pour le Mali

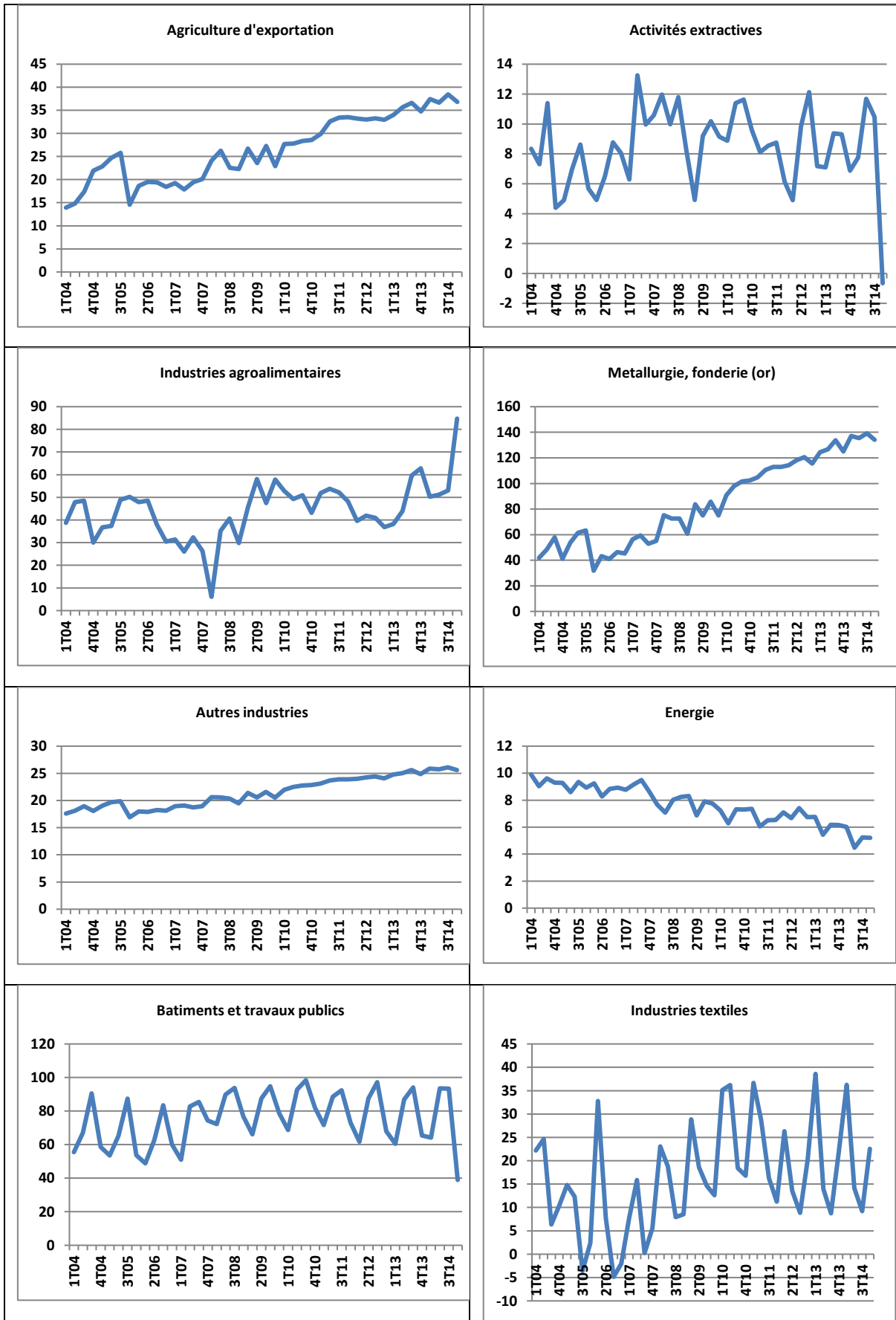


Tableau 6 :

## Prévisions trimestrielles des valeurs ajoutées sectorielles et annuelles pour le Bénin en 2015

| Branche                         | Prévision ponctuelle et intervalle de confiance | Période relative à l'info disponible |        |        |        |
|---------------------------------|---|--------------------------------------|--------|--------|--------|
|                                 |   | T1                                   | T2     | T3     | T4     |
| Agriculture                     | Valeur ajoutée annuelle                         | 550,0                                | 550,0  | 550,0  | 550,0  |
|                                 | Prévision ponctuelle                            | 593,52                               | 593,74 | 593,47 | 593,44 |
|                                 | Intervalle de confiance à 95 %                  |                                      |        |        |        |
|                                 | borne inférieure                                | 540,81                               | 539,16 | 541,11 | 541,26 |
|                                 | borne supérieure                                | 646,22                               | 648,32 | 645,83 | 645,63 |
| Industries Agro-alimentaires    | Valeur ajoutée observée                         | 254,9                                | 254,9  | 254,9  | 254,9  |
|                                 | Prévision ponctuelle                            | 226,77                               | 227,39 | 234,64 | 234,03 |
|                                 | Intervalle de confiance à 95 %                  |                                      |        |        |        |
|                                 | borne inférieure                                | 175,01                               | 175,72 | 183,43 | 182,82 |
|                                 | borne supérieure                                | 278,52                               | 279,07 | 285,85 | 285,25 |
| Transports, postes et télécom.  | Valeur ajoutée observée                         | 352,5                                | 352,5  | 352,5  | 352,5  |
|                                 | Prévision ponctuelle                            | 353,05                               | 359,24 | 351,64 | 350,89 |
|                                 | Intervalle de confiance à 95 %                  |                                      |        |        |        |
|                                 | borne inférieure                                | 307,59                               | 312,16 | 306,48 | 305,88 |
|                                 | borne supérieure                                | 398,52                               | 406,32 | 396,81 | 395,91 |
| Electricité, gaz et eau         | Valeur ajoutée observée                         | 40,2                                 | 40,2   | 40,2   | 40,2   |
|                                 | Prévision ponctuelle                            | 48,94                                | 48,70  | 48,06  | 47,70  |
|                                 | Intervalle de confiance à 95 %                  |                                      |        |        |        |
|                                 | borne inférieure                                | 40,46                                | 40,22  | 39,60  | 39,25  |
|                                 | borne supérieure                                | 57,42                                | 57,17  | 56,52  | 56,16  |
| BTP**                           | Valeur ajoutée observée                         | 280,8                                | 280,8  | 280,8  | 280,8  |
|                                 | Prévision ponctuelle                            | 212,91                               | 216,19 | 214,76 | 214,70 |
|                                 | Intervalle de confiance à 95 %                  |                                      |        |        |        |
|                                 | borne inférieure                                | 177,52                               | 180,08 | 179,03 | 178,99 |
|                                 | borne supérieure                                | 248,30                               | 252,29 | 250,49 | 250,42 |
| Commerce, restaurants et hôtels | Valeur ajoutée observée                         | 473,0                                | 473,0  | 473,0  | 473,0  |
|                                 | Prévision ponctuelle                            | 394,58                               | 396,70 | 395,77 | 395,74 |
|                                 | Intervalle de confiance à 95 %                  |                                      |        |        |        |
|                                 | borne inférieure                                | 328,14                               | 328,92 | 328,71 | 328,69 |
|                                 | borne supérieure                                | 461,01                               | 464,48 | 462,84 | 462,78 |

Source: Nos calculs, données INSAE, Bénin; Période 2001-2014 ; (\*\*\*) valeur observée en dehors de l'intervalle de confiance

Tableau 7 :

## Prévisions trimestrielles des valeurs ajoutées sectorielles et annuelles pour le Mali en 2015

| Branche                       | Période                        | Période relative à l'info disponible |        |        |        |
|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|--------|--------|--------|
|                               |                                | T1                                   | T2     | T3     | T4     |
| Agriculture d'exportation     | Valeur ajoutée observée        | 188,72                               | 188,72 | 188,72 | 188,72 |
|                               | Prévision ponctuelle           | 155,36                               | 155,28 | 155,45 | 155,70 |
|                               | Intervalle de confiance à 95 % |                                      |        |        |        |
|                               | borne inférieure               | 76,29                                | 76,08  | 76,54  | 77,04  |
|                               | borne supérieure               | 234,42                               | 234,49 | 234,36 | 234,37 |
| Activités extractives         | Valeur ajoutée observée        | 38,6                                 | 38,6   | 38,6   | 38,6   |
|                               | Prévision ponctuelle           | 30,50                                | 27,21  | 25,77  | 29,19  |
|                               | Intervalle de confiance à 95 % |                                      |        |        |        |
|                               | borne inférieure               | 16,68                                | 12,94  | 11,47  | 15,74  |
|                               | borne supérieure               | 44,33                                | 41,48  | 40,08  | 42,65  |
| Industries agroalimentaires** | Valeur ajoutée observée        | 285,35                               | 285,35 | 285,35 | 285,35 |

|                              |                                |        |        |        |        |
|------------------------------|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|
|                              | Prévision ponctuelle           | 145,80 | 149,37 | 152,25 | 156,64 |
|                              | Intervalle de confiance à 95 % |        |        |        |        |
|                              | borne inférieure               | 59,74  | 63,28  | 66,14  | 70,58  |
|                              | borne supérieure               | 231,86 | 235,45 | 238,36 | 242,71 |
| Textiles *                   | Valeur ajoutée observée        | 93,65  | 93,65  | 93,65  | 93,65  |
|                              | Prévision ponctuelle           | 36,66  | 42,92  | 45,18  | 47,41  |
|                              | Intervalle de confiance à 95 % |        |        |        |        |
|                              | borne inférieure               | -20,12 | -12,20 | -9,79  | -7,57  |
|                              | borne supérieure               | 93,43  | 98,03  | 100,14 | 102,40 |
| Métallurgie<br>fonderie (Or) | Valeur ajoutée observée        | 471,79 | 471,79 | 471,79 | 471,79 |
|                              | Prévision ponctuelle           | 563,53 | 561,92 | 565,67 | 571,44 |
|                              | Intervalle de confiance à 95 % |        |        |        |        |
|                              | borne inférieure               | 398,93 | 397,02 | 401,39 | 407,66 |
|                              | borne supérieure               | 728,14 | 726,82 | 729,95 | 735,21 |
| Autres industries            | Valeur ajoutée observée        | 121,92 | 121,92 | 121,92 | 121,92 |
|                              | Prévision ponctuelle           | 104,97 | 104,85 | 105,13 | 105,56 |
|                              | Intervalle de confiance à 95 % |        |        |        |        |
|                              | borne inférieure               | 75,10  | 74,93  | 75,32  | 75,84  |
|                              | borne supérieure               | 134,84 | 134,78 | 134,94 | 135,27 |
| Electricité et eau *         | Valeur ajoutée observée        | 27,91  | 27,91  | 27,91  | 27,91  |
|                              | Prévision ponctuelle           | 22,88  | 19,96  | 18,04  | 16,37  |
|                              | Intervalle de confiance à 95 % |        |        |        |        |
|                              | borne inférieure               | 11,06  | 7,98   | 6,11   | 4,55   |
|                              | borne supérieure               | 33,94  | 27,94  | 24,15  | 20,92  |
| Construction                 | Valeur ajoutée observée        | 338,74 | 338,74 | 338,74 | 338,74 |
|                              | Prévision ponctuelle           | 302,64 | 291,80 | 287,06 | 298,32 |
|                              | Intervalle de confiance à 95 % |        |        |        |        |
|                              | borne inférieure               | 208,67 | 194,81 | 189,81 | 206,85 |
|                              | borne supérieure               | 511,32 | 486,61 | 476,87 | 505,17 |

Source: Nos calculs, données INSTAT, Mali; Période 2004-2014 ; (\*) valeur observée en dehors de l'intervalle de confiance par moment ; (\*\*) valeur observée en dehors de l'intervalle de confiance

Tableau 8 :

**Tests de cointégration fondée sur l'approche GLS de Perron et Rodriguez (2016)**

| Benin                           |               | Mali                        |               |
|---------------------------------|---------------|-----------------------------|---------------|
| Branche                         | Statistique Z | Branche                     | Statistique Z |
| Agriculture                     | -11,6193***   | Agriculture d'exportation   | -8,72***      |
| Industries Agro-alimentaires    | -56,1189***   | Activités extractives       | -4,2139***    |
| Transports, postes et télécom.  | -2,3798***    | Industries agroalimentaires | -3,9793***    |
| Electricité, gaz et eau         | -2,9941***    | Textiles                    | -11,9323***   |
| BTP                             | -3,5406***    | Métallurgie fonderie (Or)   | -3,085***     |
| Commerce, restaurants et hôtels | -19,3959***   | Autres industries           | -7,5213***    |
|                                 |               | Electricité et eau          | -4,5734***    |
|                                 |               | Construction                | -3,4144***    |

(\*\*\*), (\*\*), (\*), significativité à 5%, à 7,5% et à 10%.

Tableau 9 :

**Valeurs critiques asymptotiques  $m=2$  (nombre de variables expliquées)**

|      |        |
|------|--------|
| 5%   | -2,354 |
| 7,5% | -3,088 |
| 10%  | -2,972 |

Source : Perron et Rodriguez (2016)